

fx-82SOLAR II

數學手冊

將計算機應用於數學教學

體會數感

落實數學素養

CASIO®



目錄

- 前言 1
- *fx-82SOLARII* 基本操作 2
- 國中數學適用計算機單元例題 3
 - ◆ 平方根
 - ◆ 統計數據
- 高中數學適用計算機單元例題 10
 - ◆ 指對數
 - ◆ 三角函數
 - ◆ 數列級數

前言

因應108年數學課綱的「基本理念」中第五點「數學教學應培養學生正確使用工具的素養，並將計算工具融入中學數學學習」，台灣卡西歐公司希望透過這份計算機數學教學手冊，能讓老師們更瞭解新課綱中，其計算機融入教學的概念所在。

2016年11月12日，高中數學學科中心在高雄舉辦 MTS 2016 全國高中數學教學研討會，會中的圓桌論壇熱烈討論107 數學課程綱要，得到建議下列**適用計算機教學之單元**：

- 數列與級數（複利計算、分期付款單元）
- 三角函數（含反三角函數與三角測量）
- 指數與對數
- 機率
- 統計（數據分析）
- 多項式（勘根定理牛頓法找根）

因此，此手冊先以上述單元為主，另加入國中適用計算機單元，以題目的形式呈現計算機在數學課程中可以如何讓學生化繁為簡，正確地將計算機融入數學學習。

fx-82SOLARII 基本操作

- **開機&關機**：太陽能供電，光線足夠(照度50流明)即可使用，無須特定按鍵開關機。

- **系統歸零&清除記憶**：**ON**

進行新的計算問題時，記得先壓一次**ON**鍵讓系統、模式歸零。

- **黃色功能鍵**：**SHIFT**

先按壓**SHIFT**再按壓本鍵觸動此功能。

- **模式切換**：

MODE **0** 計算模式(COMP)

MODE **□** 統計模式(SD)

MODE **4** 角度模式(DEG)

MODE **7** 固定小數位數模式(FIX)

MODE **5** 弧度模式(RAD)

MODE **8** 科學記述法模式(SCI)

MODE **6** 梯度(百分度)模式(GRA)

MODE **9** 正常模式(NORM)



國中數學適用計算機單元例題

- ◆平方根 \sqrt{x} 的近似值求法(電子計算機法).....4
- ◆平方根 \sqrt{x} 的近似值(建立數感)5
- ◆統計數據 I --方法(一)6
- ◆統計數據 II --方法(一)8

平方根 \sqrt{x} 的近似值求法(電子計算機法)

- 利用 $\sqrt{\quad}$ 根號鍵，對正數 x 求 \sqrt{x} 其數值或其近似值

小提醒：每一題新計算時，建議先按 **AC**，將螢幕顯示及運算式的值皆「歸零」

- 利用計算器，求下列各數的近似值
(以四捨五入法求到小數點後第 4 位)

(1) $\sqrt{7}$ (2) $\sqrt{\frac{5}{7}}$ (3) $\sqrt{0.7}$

(利用計算機建立數感)

- 利用計算機：

(1) $\sqrt{7} \cong 2.6458$



步驟： **7** **SHIFT** **x^2** (✓)

※讓學生了解 $\sqrt{7}$ 是落於數線上的何處

(2) $\sqrt{\frac{5}{7}} \cong 0.8452$



步驟： **5** **÷** **7** **=** **SHIFT** **x^2** (✓)

(3) $\sqrt{0.7} \cong 0.8367$



步驟： **0** **.** **7** **SHIFT** **x^2** (✓)

※此題可讓學生體會到0.7開根號後會變大
可延伸帶入小於1的數開根號會變大的概念

平方根 \sqrt{x} 的近似值(建立數感)

- 下圖的六邊形是由甲、乙兩個長方形和丙、丁兩個等腰直角三角形所組成，其中甲、乙的面積和等於丙、丁的面積和。若丙的一股長為 2，且丁的面積比丙的面積小，則丁的一股長為何？

- 解答：

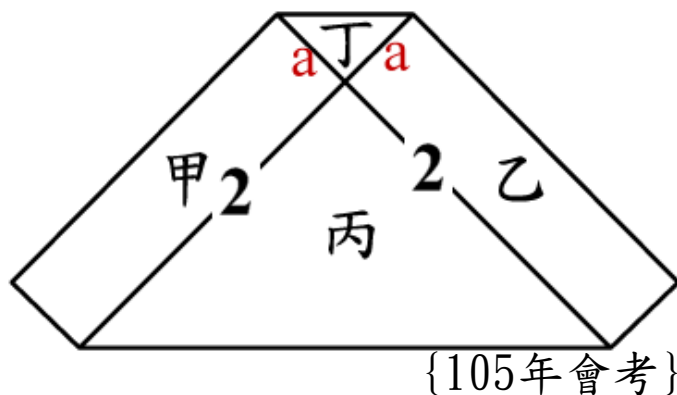
令丁的兩股邊長為 a

則面積

$$\text{甲} = 2a = \text{乙}$$

$$\text{丙} = \frac{2 \times 2}{2} = 2$$

$$\text{丁} = \frac{a \times a}{2} = \frac{a^2}{2}$$



- 利用計算機：

因為面積甲+乙=丙+丁

$$\rightarrow 2a + 2a = 2 + \frac{a^2}{2}$$

$$\rightarrow a^2 - 8a + 4 = 0$$

$$\rightarrow a = \frac{8 \pm \sqrt{48}}{2} = 4 \pm 2\sqrt{3} \quad (a < 2, \text{正不合})$$

→ 最後一步用計算機算出近似值建立數感

步驟：

4 - 2 × 3 SHIFT x² (✓)



→ $a \cong 0.5359$ (單位長)

統計數據 I — 方法(一)在一般計算模式下

- 某社團有39人，下表為此社團成員年齡的比例(次數)分配表。求此社團成員年齡的平均數為何？(以四捨五入法求到整數)

年齡(歲)	36	38	39	43	46	48	50	55
次數(人)	4	5	7	5	5	2	1	10

解答：

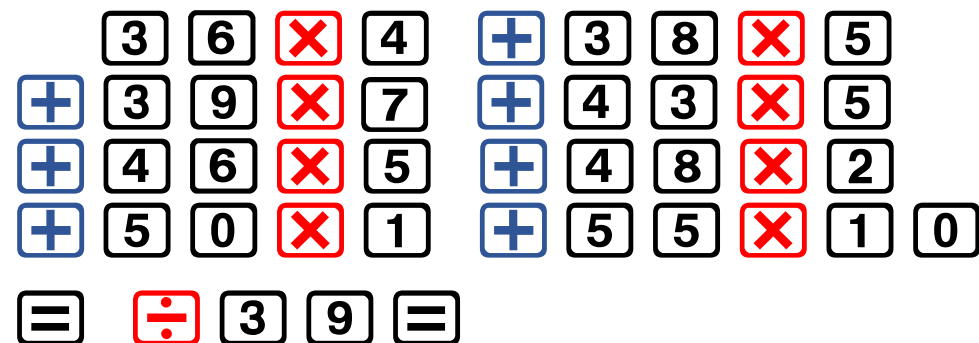
平均數 \bar{x} =

$$(36 \times 4 + 38 \times 5 + 39 \times 7 + 43 \times 5 + 46 \times 5 + 48 \times 2 + 50 \times 1 + 55 \times 10) \div 39$$

{改編自102年基測}

- 利用計算機(直接輸入):

步驟:



→ $\bar{x} \cong 44.82051$ → \bar{x} 取45

→ 平均為45(歲)

統計數據 I -- 方法(二)使用統計模式

- 某社團有39人，下表為此社團成員年齡的次數分配表。求此社團成員年齡的平均數為何？（以四捨五入法求到整數）

年齡(歲)	36	38	39	43	46	48	50	55
次數(人)	4	5	7	5	5	2	1	10

解答：

平均數 \bar{x} =

$$(36 \times 4 + 38 \times 5 + 39 \times 7 + 43 \times 5 + 46 \times 5 + 48 \times 2 + 50 \times 1 + 55 \times 10) \div 39$$

{改編自102年基測}

- 利用計算機統計模式(SD):

步驟:

1. 切換到統計模式：**MODE** \square
2. 輸入年齡的數據：(次數輸入利用 \times)

3 **6** \times **4** **M+** (輸入鍵) **3** **8** \times **5** **M+**
3 **9** \times **7** **M+** **4** **3** \times **5** **M+**
4 **6** \times **5** **M+** **4** **8** \times **2** **M+**
5 **0** \times **1** **M+** **5** **5** \times **1** **0** **M+**

3. 利用統計模式，直接叫出 \bar{x} 值

SHIFT **7** (\bar{x})



$\rightarrow \bar{x} \cong 44.82051 \rightarrow \bar{x}$ 取45

\rightarrow 平均為45(歲)

統計模式
SD

統計數據 II -- 方法(一) 在一般計算模式下

- 某高中的籃球隊成員中，一、二年級的成員共有 8 人，三年級的成員有 3 人。
一、二年級的成員身高（單位：公分）如下：172、172、174、174、176、176、178、178 若隊中所有成員的平均身高為 178 公分，則隊中三年級成員的平均身高為幾公分？

- 解答：令三年級平均身高為 x

$$178 \times 11 = 3x + (172 + 172 + 174 + 174 + 176 + 176 + 178 + 178)$$

推得 $3x = 178 \times 11 - (172 + 172 + 174 + 174 + 176 + 176 + 178 + 178)$

(此時運用計算機計算結果)

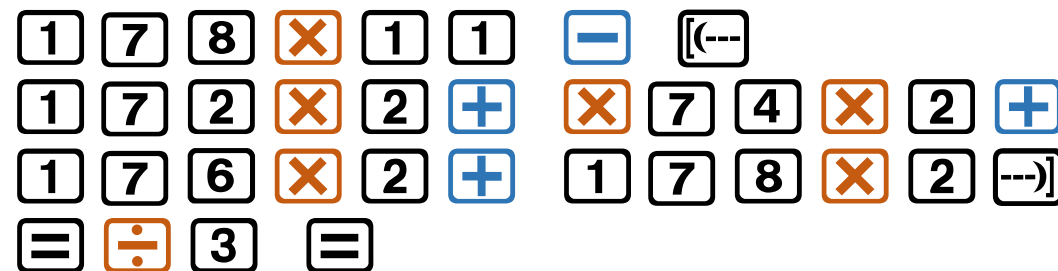
{106年會考}

- 利用計算機：

$$\text{整理 } x = [178 \times 11 - (172 \times 2 + 174 \times 2 + 176 \times 2 + 178 \times 2)] \div 3$$

利用計算機可直接輸入數據算出 x

步驟：



$$\rightarrow x = 186 \text{ (cm)}$$

統計數據 II -- 方法(二)使用統計模式

• 同上題

• 解答：令三年級平均身高為 x

$$178 \times 11 = 3x + (172 + 172 + 174 + 174 + 176 + 176 + 178 + 178)$$

利用計算機統計模式，

可先輸入已知數據(一、二年級的成員的身高)，利用計算機內鍵($\sum x$)

功能直接算出一、二年級身高總合，再將所有籃球隊成員總身高 178×11 減去一、二年級身高總合，再除以3得到答案

{106年會考}

• 利用計算機統計模式(SD):

步驟:

1. 切換到統計模式：MODE \square

2. 輸入已知一、二年級的成員身高的數據：

(多次輸入同樣數據時可利用 \times)

1 7 2 \times 2 M+ 1 7 4 \times 2 M+

1 7 6 \times 2 M+ 1 7 8 \times 2 M+

3. 直接利用 178×11 減掉所輸入的數據總和之後

再除3即可得到答案

1 7 8 \times 1 1 - SHIFT 5 ($\sum x$) =

\div 3 =

$\rightarrow x = 186$ (cm)



統計模式 SD

高中數學適用計算機單元例題

◆指數與對數.....	11
◆數列與級數	13
◆機率	16
◆數據分析(一維數據)	18
◆三角函數	20

指數與對數

- 若甲城市人口的年成長率是25%， n 年後的人口數是原來的10倍以上，則 n 的最小值是？
- 解答：

設原人口數為 x

$$\rightarrow x(1 + 25\%)^n > 10x$$

$$\rightarrow \left(\frac{5}{4}\right)^n > 10$$

$$\rightarrow n \times \log\left(\frac{5}{4}\right) > \log 10 = 1$$

$$\rightarrow n > \frac{1}{\log\left(\frac{5}{4}\right)}$$

(列出算式後，使用計算機省去繁瑣計算)

- 利用計算機：

計算 n 值時，使用計算機

$$\rightarrow \frac{1}{\log\left(\frac{5}{4}\right)} = 1 \div \log(5 \div 4)$$

步驟： **1** **÷** **[(-)]** **5** **÷** **4** **[(-)]** **log** **=**

→ 計算機要先按 $(5 \div 4)$ 再按 \log



$$\rightarrow n > 10.31885116$$

→ n 取 11

數列與級數

第1天獲得1元、第2天獲得2元、第3天獲得4元、第4天獲得8元、依此每天所獲得的錢為前一天的兩倍，如此進行到第30天，試問這30天所獲得的錢，總數最接近下列哪一個選項？

- (1) 10,000元 (2) 1,000,000元
 (3) 100,000,000元 (4) 1,000,000,000元
 (5) 1,000,000,000,000元

觀察：第1天1元-----→ 2^0 元
 第2天2元-----→ 2^1 元
 第3天4元-----→ 2^2 元
 第4天8元-----→ 2^3 元
 ...
 第30天-----→ 2^{29} 元 {104年學測}

• 利用計算機：

$$\begin{aligned} \rightarrow \text{總數} &= 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{29} \\ &= \frac{1 \times (2^{30} - 1)}{2 - 1} = 2^{30} - 1 \end{aligned}$$

(列出算式後使用計算機求解省去繁瑣計算)

步驟：

2 **x^y** **3** **0** **-** **1** **=**



→ 答案選(3)

數列與級數(單利複利)

小華準備向銀行貸款300萬當作創業基金，其年利率為3%，約定三年期滿一次還清貸款的本利和。銀行貸款一般以複利(每年複利一次)計息還款，但給小華創業優惠改以單利計息還款。試問在此優惠下，小華在三年期滿還款時可以比一般複利計息少繳多少元？

解答：

$$\text{複利} \rightarrow 3,000,000 \times (1 + 3\%)^3 = 3,278,181$$

$$\text{單利} \rightarrow 3,000,000 \times (1 + 3 \times 3\%) = 3,270,000$$

$$\text{答案} = \text{複利} - \text{單利}$$

(列出算式後使用計算機求解省去繁瑣計算)

{104年學測}

• 利用計算機：

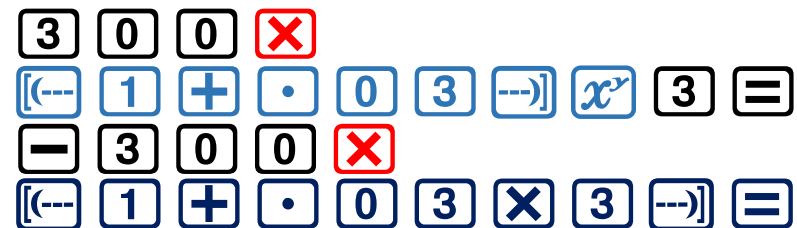
步驟： 1. 一行算式按法

$$300 \times ((1 + 3\%)^3 - (1 + 3 \times 3\%))$$



2. 分開按

$$300 \times (1 + 3\%)^3 - 300 \times (1 + 3 \times 3\%)$$



→ 省0.8181萬元

數列與級數(複利計算)

小明參加銀行儲蓄存款，每年年初存入10000元，年利率4.5%，每年一期，複利計算，問小明存到第10年年底可得本利和多少元？(四捨五入取至整數)

解答：

第1年的1萬至期滿可得→ $10000 \times (1 + 4.5\%)^{10}$ 元

第2年的1萬至期滿可得→ $10000 \times (1 + 4.5\%)^9$ 元

...

第10年的1萬至期滿可得→ $10000 \times (1 + 4.5\%)^1$ 元

共得本利和：

$$10000 \times (1.045^{10} + 1.045^9 + \dots + 1.045^1)$$

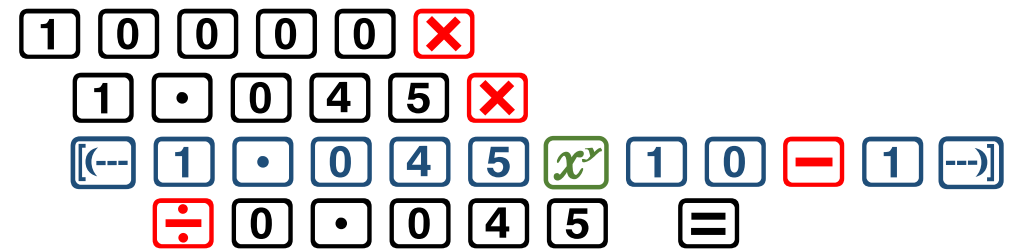
$$= 10,000 \times \frac{1.045(1.045^{10} - 1)}{1.045 - 1}$$

• 利用計算機：

$$\rightarrow \text{本利和: } 10,000 \times \frac{1.045(1.045^{10} - 1)}{0.045}$$

(列出算式後使用計算機求解省去繁瑣計算)

步驟：



→10年年底可領本利和 128412元

(在使用計算機時，乘以萬元也可最後按或者不按)

機率

一份試卷共有10題單選題，每題有5個選項，其中只有一個選項是正確答案。假設小明以隨機猜答的方式回答此試卷，且各題猜答方式互不影響。試估小明全部答對的機率最接近下列哪一個選項？

(1) 10^{-5} (2) 10^{-6} (3) 10^{-7} (4) 10^{-8} (5) 10^{-9}

解答：

每題猜對的機率為 $\frac{1}{5}$

$$\rightarrow P(10\text{題皆猜對}) = \left(\frac{1}{5}\right)^{10}$$

(此時使用計算機體會數感)

{107年學測}

• 利用計算機：

$$\rightarrow \left(\frac{1}{5}\right)^{10} = \frac{1}{5^{10}}$$

步驟：

1 ÷ 5 \times^y 1 0 =



→ 結果顯示為 1.024^{-07}

代表 1.024×10^{-07}

(同時教學生判斷計算機顯示方式)

→ 故答案選(3)

機率(生日問題)

甲班學生共30人，請問甲班中，至少有兩人同一天生日的機率是多少？（一年365天，請忽略二月份有時會有29天）

解答：

$$\begin{aligned} & P(\text{至少有兩人同一天生日}) \\ &= 1 - P(\text{全班學生生日皆不同天}) \\ &= 1 - \frac{P_{30}^{365}}{365^{30}} \end{aligned}$$

（此時使用計算機算出結果體會數感）

• 利用計算機：

$$\rightarrow 1 - \frac{P_{30}^{365}}{365^{30}} = 1 - \frac{365P30}{365^{30}}$$

計算機符號樣式

步驟：

1 $\frac{1}{x}$ 3 6 5 SHIFT 1 (nPr) 3 0
 \div 3 6 5 x^y 3 0 =

（ $\frac{P_{30}^{365}}{365^{30}}$ 的部分不用加括號，因科學計算機內建會先乘除後加減）



→ 至少有兩人同一天生日的機率約70%

數據分析(一維數據)使用統計模式

下表是過去54天中, 每天打電話至緊急急救中心的電話通數統計表。

電話通數	天數
0	8
1	10
2	22
3	9
4	5
總計	54

(1) 中心平均每天有幾通電話

(2) 電話通數的標準差為何?

解答:

$$(1) \quad \bar{x} = \frac{0 \times 8 + 1 \times 10 + 2 \times 22 + 3 \times 9 + 4 \times 5}{8 + 10 + 22 + 9 + 5} = \frac{101}{54} \approx 1.87$$

$$(2) \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{54} \sum_{i=1}^{54} x_i^2 - \mu^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{54} (0^2 \times 8 + 1^2 \times 10 + 2^2 \times 22 + 3^2 \times 9 + 4^2 \times 5) - 1.87^2}$$

$$\approx 1.139$$

• 利用計算機統計模式(SD):

(在數據分析使用統計模式求解可省去繁瑣計算)

步驟:

1. 切換到統計模式: **MODE** \blacksquare

2. 輸入數據: (次數或頻率輸入利用 **×**)

0 **×** **8** **M+** (輸入鍵) **1** **×** **1** **0** **M+**

2 **×** **2** **2** **M+** **3** **×** **9** **M+** **4** **×** **5** **M+**

3. 利用統計模式內鍵可直接叫 \bar{x} 出值($\mu = \bar{x}$)

(1) **SHIFT** **7** (\bar{x})

$\rightarrow \bar{x} \approx 1.87$



(2) **SHIFT** **8** (σ_x)

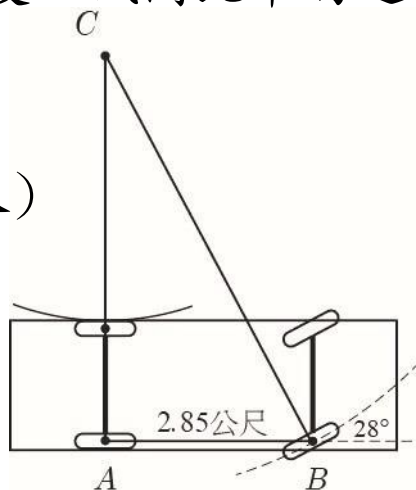
$\rightarrow \sigma \approx 1.139$



三角函數 I

- 下圖為汽車迴轉示意圖。汽車迴轉時，將方向盤轉動到極限，以低速讓汽車進行轉向圓周運動，汽車轉向時所形成的圓周的半徑就是迴轉半徑，如圖中的 \overline{BC} 即是。已知在低速前進時，圖中A處的輪胎行進方向與 \overline{AC} 垂直，B處的輪胎行進方向與 \overline{BC} 。在圖中，已知軸距 \overline{AB} 為2.85公尺，方向盤轉到極限時，輪子方向偏了28度，試問此車的迴轉半徑 \overline{BC} 為幾公尺？

(小數點後第一位以下四捨五入)



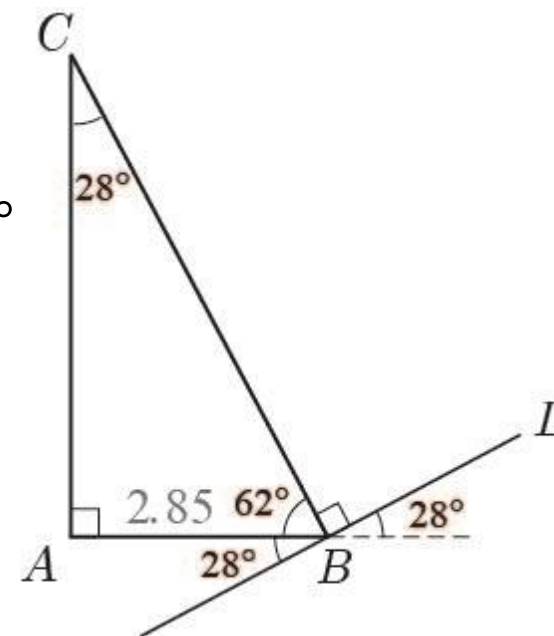
{104年學測}

- 利用計算機：

過B點做直線 $L \perp \overline{BC}$ ，
由圖可知 $\angle ACB = 28^\circ$

$$\rightarrow \sin 28^\circ = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$$

$$\rightarrow \overline{BC} = \frac{\overline{AB}}{\sin 28^\circ} = \frac{2.85}{\sin 28^\circ}$$



步驟：

2 **.** **8** **5** **÷** **2** **8** **sin** **=**



$\rightarrow \overline{BC} \cong 6.1$ (公尺)

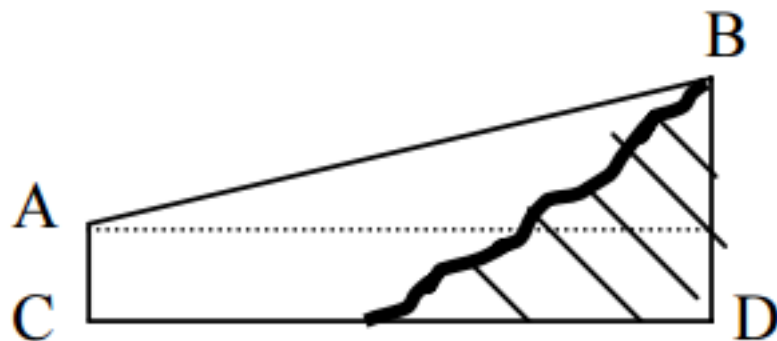
※可延伸討論若改用 62° 要如何計算(cos)

三角函數 II

- 如圖，測得 A, B 兩點間得距離是 160.0m，從 A 點看 B 點的仰角是 11° ，AC 的高是 1.5m

(1) 求 \overline{BD} 的高

(2) 求水平距離 \overline{CD} (精確到 0.1m)



(有計算機作為工具後，角度不局限於特殊角)

- 利用計算機：

令過A點平行 \overline{CD} 的線交 \overline{BD} 於E點

$$\begin{aligned} (1) \overline{BD} &= \overline{BE} + \overline{ED} \\ &= \overline{AB} \times \sin 11^\circ + \overline{AC} \\ &= 160 \times \sin 11^\circ + 1.5 \end{aligned}$$

步驟: $\boxed{1} \boxed{6} \boxed{0} \boxed{\times} \boxed{1} \boxed{1} \boxed{\sin} \boxed{+}$

$\boxed{1} \boxed{\cdot} \boxed{5} \boxed{=}$

$\rightarrow \overline{BD} = 32.0\text{m}$



$$(2) \overline{CD} = \overline{AB} \times \cos 11^\circ = 160 \times \cos 11^\circ$$

步驟: $\boxed{1} \boxed{6} \boxed{0} \boxed{\times} \boxed{1} \boxed{1} \boxed{\cos} \boxed{=}$

$\rightarrow \overline{CD} = 32.0\text{m}$

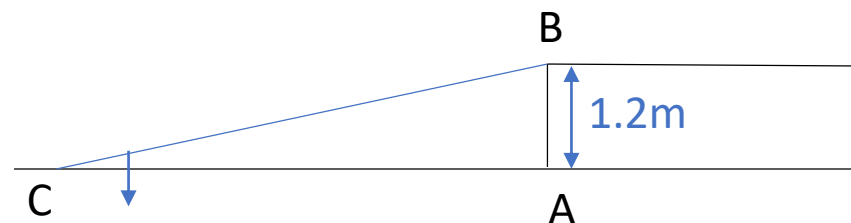


三角函數 III

- 一個公共房屋門前的臺階共高出地面 1.2 米，臺階被拆除後，換成供輪椅行走的斜坡，根據這個城市的規定，輪椅行走斜坡的傾斜角不得超過 9° ，從斜坡的起點至樓門的最短的水平距離該是多少？（精確到 0.01 米）

（有計機作為工具後，角度不局限於特殊角，
題目更符合現實生活）

- 利用計算機：



$$\rightarrow \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \tan \theta \leq \tan 9^\circ$$

$$\rightarrow \frac{\overline{AB}}{\tan 9^\circ} = \frac{1.2}{\tan 9^\circ} \leq \overline{AC}$$

步驟：



$$\rightarrow \overline{AC} \geq 7.58 \text{ 米}$$

~ The End ~

CASIO®



fx-82SOLAR II